

NOMBRES RELATIFS

I. Notion de nombres relatifs :

Les nombres connus jusqu'à présent étaient des nombres positifs.

Il existe aussi des nombres négatifs. (*Introduits pour que toutes les soustractions de nombres positifs aient un résultat*)

Les nombres positifs et les nombres négatifs constituent les nombres relatifs.

Définition :

Les **nombres relatifs** sont constitués de nombres positifs et de nombres négatifs.

- Un nombre relatif positif s'écrit avec le signe + ou sans signe.
- Un nombre relatif négatif s'écrit avec le signe –.

0 est le seul nombre à la fois positif et négatif.

Deux nombres relatifs qui ne diffèrent que par leur signe sont **opposés**.

Remarque : Les nombres relatifs qui sont des entiers sont les nombres **entiers relatifs**.

Exemple :

- + 3 (*Déjà connu sous la notation 3*) est un nombre relatif positif.
- – 3 est un nombre relatif négatif.
- + 3 et – 3 sont des nombres opposés.

II. Repérage :

1) Repérer un point sur une droite graduée :

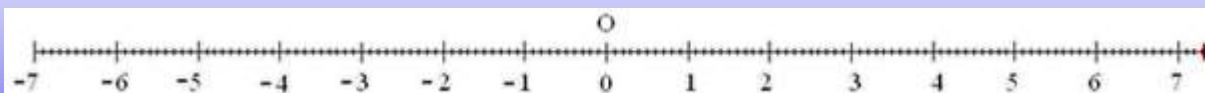
Définition :

Une **droite graduée** est une droite sur laquelle on a fixé :

- Un point appelé **origine** de la droite graduée
- Un **sens**
- Une **unité de longueur** que l'on reporte régulièrement à partir de l'origine

Exemple :

Voici une droite graduée d'origine O.

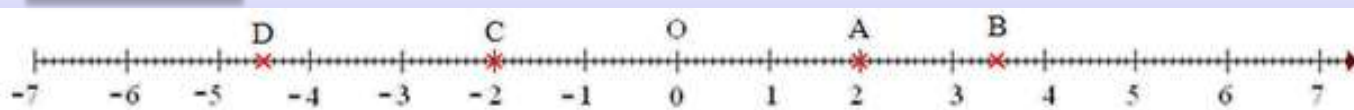


Propriété :

Tout point d'une droite graduée est repéré par un unique nombre relatif appelé **abscisse** de ce point.

Remarque : L'origine d'une demi-droite graduée a pour abscisse 0.

Exemple :



Le point A est repéré par le nombre 2, on dit que l'abscisse du point A est 2. On note A (2)

Sur le même modèle, on a : B (3,5) ; C (- 2) et D (- 4,5)

Définition :

La **distance à zéro** d'un nombre relatif est le nombre sans son signe.
Sur une droite graduée, cela correspond à la **distance entre l'origine et le point qui a pour abscisse ce nombre**.

Exemple :

La distance à zéro du nombre $+ 5$ est 5 ; celle du nombre $- 7,5$ est 7,5.
Repérer la distance à zéro du nombre $+ 3,5$ sur la droite graduée de l'exemple précédent.

Définition :

Deux nombres relatifs **opposés** sont deux nombres qui ont la même distance à zéro et des signes contraires.

Remarque : Sur une droite graduée, deux symétriques par rapport à l'origine ont des abscisses opposées.

Exemple :

Sur la droite graduée précédente, les points A et C sont symétriques par rapport à l'origine donc leurs abscisses sont opposées. En effet, $+ 2$ et $- 2$ sont deux nombres opposés.

2) Repérer un point dans un plan :**Définition :**

Un **repère** du plan est formé de deux droites graduées sécantes.
Leur point d'intersection est l'origine du repère.

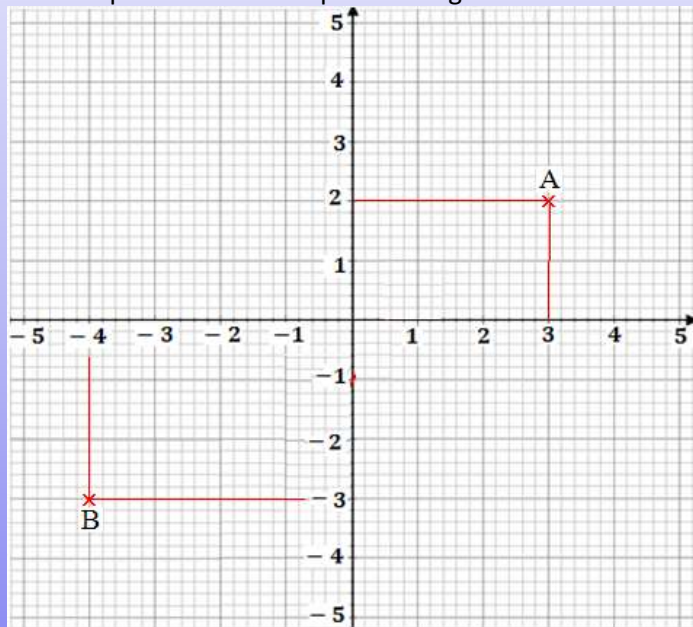
Remarque : Lorsque les deux droites sont perpendiculaires, on parle de **repère orthogonal**.

Propriété :

Dans un plan muni d'un repère, tout point est repéré par un couple de nombres relatifs appelé ses **coordonnées**.
Le premier est son **abscisse** et le second est son **ordonnée**.

Exemple :

Voici un plan muni d'un repère orthogonal :



L'abscisse du point A est 3 ; l'ordonnée est 2.
Les coordonnées du point A sont donc $(3 ; 2)$.

L'abscisse du point B est $- 4$; l'ordonnée est $- 3$.
Les coordonnées du point B sont donc $(- 4 ; - 3)$

Placer les points C et D de coordonnées respectives :

- $C (2 ; - 4)$
- $D (- 3 ; 2)$

III. Comparaison et opérations :

1) Comparaison de deux nombres relatifs :

Propriété :

Deux nombres relatifs positifs sont rangés dans l'ordre de leur distance à zéro.

Un nombre relatif négatif est inférieur à un nombre relatif positif.

Deux nombres relatifs négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de leur distance à zéro.

Exemple :

- $+3 > -7$ car $+3$ est positif alors que -7 est négatif.
- $+7 > +5$ car $7 > 5$ (Comparaisons de nombres positifs connues en classe de 6^{ème})
- $-7 < -3$ car $7 > 3$ (Il faut ranger les nombres dans l'ordre inverse de leur distance à zéro)

2) Additions de deux nombres relatifs :

Propriété :

Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on additionne leurs distances à zéro et on garde le signe commun.

Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires, on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande et on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

Exemple :

- | | |
|---------------------------------|--|
| • $(+4) + (+5) = +(4 + 5) = +9$ | On a gardé le signe commun aux deux nombres, puis on a fait l'addition. |
| • $(-4) + (-5) = -(4 + 5) = -9$ | |
| <hr/> | |
| • $(+4) + (-5) = -(5 - 4) = -1$ | On a pris le signe de la plus grande distance à zéro et on a fait la soustraction. |
| • $(-4) + (+5) = +(5 - 4) = +1$ | |

3) Soustractions de deux nombres relatifs :

Définition :

Soustraire un nombre relatif revient à additionner son opposé.

Exemple :

- $(+4) - (+5) = (+4) + (-5) = +4 - 5 = -1$
- $(-4) - (-5) = (-4) + (+5) = -4 + 5 = +1$

4) Application au calcul de distances entre deux points :

Propriété :

Pour calculer la distance entre deux points sur une droite graduée, on effectue la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite.

Exemple :

Retour à l'exemple du II :

Calculer les distances entre les points $A(2)$ et $B(3,5)$; puis entre les points $A(2)$ et $C(-2)$.

$$AB = (+3,5) - (+2) = +3,5 - 2 = +(3,5 - 2) = +1,5 = 1,5$$

$$AC = (+2) - (-2) = +2 + 2 = +(2 + 2) = +4 = 4$$